SCIENCES ET TECHNIQUES

BOURBAKI ET LA TOURAINE

Jacques BOROWCZYK*

Parmi les divers modes d'activité s'offrant à la pensée des hommes, il en est peu qui soient plus universellement et plus inexactement connus et jugés que les mathématiques (Arnaud Denjoy).
Il faut parfois déboulonner les statues trop imposantes, y compris notre statue intérieure. On peut s'aider un temps, des épaules des plus grandes, mais il faut être soi-même dès qu'on se sent assez fort… C'est dire qu'il n'y a pas de vérité ; c'est sa recherche qui importe. L'architecte et le maçon sont plus précieux que le monument qu'ils ont édifié ! (Gustave Choquet).

RÉSUMÉ
Après la présentation de l'origine d'un groupe de mathématiciens qui entreprirent la rédaction d'un traité intitulé *Éléments de mathématique*, nous indiquons quelques étapes vécues par ces jeunes chercheurs en Touraine puis nous évoquons quelques étapes ultérieures qui ont permis de renouveler ce groupe de mathématiciens et les liens qui furent entretenus avec notre province. Nous terminons par une esquisse de bilan critique en mentionnant quelques implications sur les thèmes de recherche et les retombées sur l'enseignement des mathématiques.

SUMMARY
This contribution refers to the origin of a group of mathematicians engaged in the writing of a book titled *Éléments de mathématique (Elements of Mathematics)*; it relates some situations experienced by the young researchers in Touraine. Finally, it mentions subsequent steps which permitted the renewal of the group and enhanced its links with our province. The conclusion aims at giving an objective assessment mentioning the results and consequences on research projects and the teaching of mathematics.

Entre 1939, date de parution du fascicule de résultats du volume *Théorie des ensembles*, et 1970 – voire 1998 – une quarantaine de volumes, dix livres,

* *Membre de l'Académie de Touraine.*

sept mille pages, ont été publiés, successivement par les éditeurs Hermann, Masson et Springer, par N. Bourbaki.

Avec le temps, les mystères entretenus à plaisir par les collaborateurs de N. Bourbaki, constitués en association à partir de 1956, commencent à se dissiper. Grâce aux travaux des historiens des sciences, aux notices de certaines encyclopédies et aux mémoires publiés par ses co-fondateurs ou d'autres collaborateurs, le statut des auteurs et divers aspects du fonctionnement interne de la *tribu* sont aujourd'hui mieux connus.

En même temps qu'ils publiaient les fascicules des *Éléments de mathématique*, les rédacteurs de ce traité entendaient propager une nouvelle vision, voire une nouvelle idéologie des mathématiques qui a eu une influence sur l'ensemble de la communauté mondiale des mathématiciens.

En 2007, Bourbaki existe : si l'on se réfère à *Google* on compte 860 000 occurrences de ce nom, 604 000 pour N. Bourbaki, 154 000 pour Nicolas Bourbaki, 437 000 pour le Général Bourbaki.

Nous évoquerons les circonstances dans lesquelles la *tribu* se réunit en Touraine – à Chançay, en 1936 et 1937, et à Amboise, en 1956, 1957 et 1959 et tenterons *in fine* d'en apprécier compendieusement l'influence sur les pratiques et l'enseignement des mathématiques – modernes et post-modernes – en France comme dans d'autres pays.

LE GÉNÉRAL CHARLES BOURBAKI (1816-1897) À TOURS

Charles-Denis-Sauter Bourbaki est un général de Napoléon III, qui prit une part importante à la guerre franco-prussienne. Né à Pau en 1816 il a été élève de l'École spéciale militaire. Affecté à sa sortie en 1836 au 59e de ligne comme sous-lieutenant, il gravit les échelons de la hiérarchie et sera colonel du régiment des zouaves en 1851 ; il sert le Second Empire : dans l'armée d'Orient de 1854 à 1856, puis en Algérie où il est promu général de division. Il participe à la campagne d'Italie en 1859-1860 et sera de 1860 à 1869 inspecteur général pour l'infanterie. En juillet 1869 il devient aide de camp de l'Empereur et en 1870 commandant en chef de la garde impériale. C'est dire s'il bénéficie de la confiance de Napoléon III.

La guerre franco-prussienne va contribuer à asseoir de façon pathétique sa renommée. Les défaites de Sedan, la proclamation de la République et la

chute de l'Empire mettent à mal le patriotisme de cet aide de camp de l'Empereur. À la demande de Bazaine, il effectue une mission à Londres auprès de l'Impératrice en octobre 1870. Puis c'est la capitulation de Metz et l'entrée des Prussiens le 29 octobre. Il est sans espoir sur les intentions de l'Impératrice à son retour en France et offre son épée au gouvernement de Défense nationale. En décembre 1870, il rencontre Gambetta qui a rejoint à Tours la délégation du gouvernement depuis le 11 octobre 1870.

Voici ce que rapporte Horace Henion dans une série d'articles publiés dans *la Touraine républicaine* à l'occasion du cinquantenaire de ces événements de Tours sous la rubrique *Choses d'autrefois et d'aujourd'hui* :

« Je me souviens de l'émotion effroyable que nous éprouvâmes à Tours en novembre 1870, alors que fut annoncée la reddition de Metz.

Metz, c'était pour nous le dernier rempart, la ville inexpugnable, qui renfermait dans ses flancs la plus belle armée du monde, celle sur laquelle on comptait.

La nouvelle arriva un soir, secrètement, apportée par un jeune homme, un Polonais, qui avait pu s'échapper et traverser les lignes. Il portait sur lui un journal gravé en lettres microscopiques, écrites à la loupe, sur une bande de toile, enroulée de façon à tenir très peu de place.

Fouillé, à plusieurs reprises, il avait pu conserver son précieux document à l'abri des recherches, en le gardant dissimulé dans sa bouche. On grossit l'écriture, par des procédés photographiques, et une copie en fut prise immédiatement. La nouvelle avait été tenue secrète car Gambetta ne pouvait y croire. »

Gambetta tente de renforcer l'armée de la Loire qui se rassemble de Tours à Bourges. L'armée de la Loire était divisée en deux parties : l'une sous le commandement de Chanzy, tenant contre l'armée de Mecklembourg et de Frédéric-Charles ; l'autre sous le commandement de Bourbaki, se retirait sur Bourges et Nevers.

Le 9 décembre, quatre trains spéciaux partaient dans la nuit, transportant de Tours à Bordeaux divers services ministériels ; trois autres trains les suivirent… Quant à Gambetta, il était auprès du général Bourbaki où sa place, – disait-il –, est à l'armée plutôt qu'à Bordeaux.

Les recommandations de Gambetta *« d'avoir de la suite, de coordonner ses mouvements, de ne pas marcher à l'aventure »* étaient claires. *« Bourbaki*

n'est pas l'homme qu'il nous faut » pensait Freycinet, un jeune ingénieur des Mines, adjoint à Gambetta alors qu'il était décidé le 19 décembre 1870 de délivrer Belfort et de couper les communications des Allemands.

Lors de la bataille de Villersexel le 9 janvier 1871, le général Bourbaki battit les troupes prussiennes. Il n'en repartit que le 13 janvier mais ne parvint pas à forcer les lignes de la Lisiane et fut défait lors de la bataille de Héricourt, du 15 au 22 janvier, cruciale pour le destin de Belfort. Après un conseil de guerre ses troupes se replièrent sur Pontarlier. L'armistice de 21 jours signé à Versailles le 26 janvier 1871, n'ayant pas réglé le sort des armées de l'est, dans l'affolement, le général Bourbaki braque un revolver sur son front et lâche la détente mais la balle l'épargne. Il est relevé de ses fonctions par le général Clinchant. Ce dernier négocie un accord avec la Confédération helvétique (30 janvier) : le 8 février, les 80 000 hommes de l'armée de Bourbaki ont passé la frontière franco-suisse et sont désarmés par les autorités helvétiques.

Comme la plupart des généraux qui eurent des responsabilités dans ce conflit, le général Bourbaki poursuivit sa carrière au service de la République : Grand-croix de la Légion d'honneur le 20 avril 1871, le général Bourbaki devint gouverneur militaire à Lyon et fut mis en disponibilité en 1879. Le général Bourbaki se retire alors à Bayonne où il meurt le 29 septembre 1897. Une rue de Pau porte le nom de Bourbaki.

C'est ce nom qui fut choisi par de jeunes mathématiciens, qualifiés par Pierre Cartier de *« jeunes Turcs »* décidés à *« établir l'enseignement universitaire sur des bases enfin rigoureuses »*, peut-être en souvenir d'un canular célèbre à l'École normale supérieure, au cours des années 1920, dont de nombreux membres de Bourbaki sont issus, à moins que ce ne soit en empruntant le nom d'un furet curieux et intelligent d'un roman d'Octave Mirbeau, *Le Journal d'une femme de chambre* (1900).

RENÉ DE POSSEL (1905-1974)

« Au départ nous étions trois, Weil, Cartan et moi-même » a confié René de Possel, l'un des membres fondateurs du groupe qui fut exclu, en fait sinon en droit, pour des raisons extra-scientifiques.

Il n'est pas inutile de s'attarder quelque peu sur deux personnalités liées à ce groupe afin de mieux cerner les idées directrices à l'origine de sa constitution et de son évolution.

René de Possel-Deydier est né à Marseille le 7 février 1905. Taupin du lycée Thiers, il entre à l'École normale supérieure à l'âge de 18 ans, la même année que Henri Cartan et Jean Coulomb. Presque aussitôt après son entrée, en 1923 donc, comme aimait le rappeler Henri Cartan, René de Possel est témoin d'un « canular » destiné aux conscrits. Un élève en troisième année de l'École normale, Raoul Husson, s'était donné l'apparence d'un mathématicien barbu du nom de professeur Holmgren, pseudo-savant scandinave venu donner une conférence. Son exposé volontairement incompréhensible, avec des raisonnements subtilement faux se terminait par l'énoncé d'un prétendu « théorème de Bourbaki ».

Sont alors élèves de l'École normale supérieure, en 1924, outre René de Possel, Jean Dieudonné, Charles Ehresmann, Henri Cartan (né en 1904), Georges Canguilhem, Jean-Paul Sartre, Raymond Aron, et Paul Nizan.

René de Possel échoue à l'agrégation de mathématiques mais après l'année passée comme officier de réserve à Metz, il est admis en 1927. En 1929, il épouse Evelyne Gillet dont il se sépare en 1933. Evelyne Gillet épousera le 30 octobre 1937 André Weil, l'un des membres du noyau fondateur du groupe. Il soutient en 1932, sous la direction de Carathéodory à Munich, une thèse sur la représentation conforme puis il passe une année à Berlin où déjà le préoccupent les questions liées à l'intégration.

De 1933 à 1934, il enseigne à Marseille, puis est nommé à Clermont-Ferrand où il enseigne la mécanique rationnelle en 1935-1936 ; il donne un cours Peccot au Collège de France en 1935. Il est de retour à Marseille en 1936-1937, avant d'être nommé à Besançon en 1937-1938 puis de nouveau à Clermont-Ferrand en 1938. En 1937, il épouse Yvonne Libérati.

C'est pendant l'hiver 1934-1935 où il enseigne aussi au Collège de France (cours Peccot), qu'il participe aux premiers travaux de rédaction d'un traité moderne d'analyse. En effet, au début de leurs prises de fonction à l'université, Henri Cartan et André Weil se trouvent devoir enseigner dans le certificat de calcul différentiel et intégral de la licence de mathématiques. Ils sont alors peu satisfaits des traités disponibles, en particulier du *Traité d'analyse* d'Édouard Goursat qu'ils utilisent pour leur cours. Ils se tournent vers

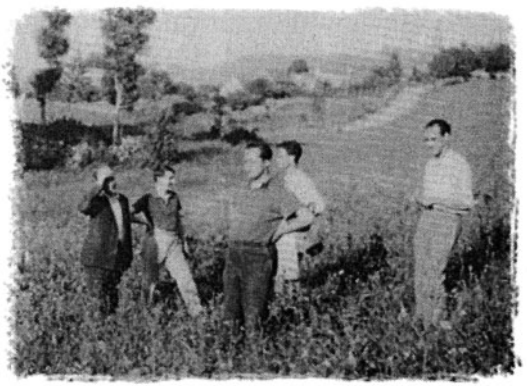
René de Possel pour écrire un ouvrage d'intégration et de calcul différentiel lié à cet enseignement. La première réunion de travail a lieu dans un café du quartier latin le 10 décembre 1934.

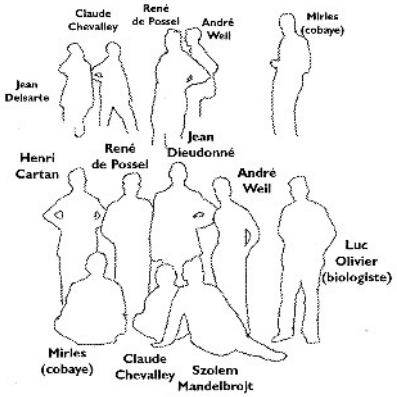
Mais petit à petit un projet plus ambitieux va se dessiner. Le groupe d'amis qui assistent au séminaire Julia commence à tenir tous les quinze jours à Paris, de janvier à mai 1935, des réunions pour y parvenir. En juillet de l'année suivante, le groupe se retrouve en Auvergne, à Besse-en-Chandesse, pour une réunion plénière de fondation. Ils pensent alors que trois ans seront suffisants pour mener l'entreprise à son terme. C'est en juillet 1935 qu'ils décident d'adopter le nom de N. Bourbaki. Sont présents et considérés comme membres fondateurs de ce groupe, outre Henri Cartan, René de Possel et André Weil (le frère de la philosophe Simone Weil), Claude Chevalley, un géophysicien Jean Coulomb, Jean Delsarte, Jean Dieudonné, Charles Ehresmann, Szolem Mandelbrojt et un « cobaye » A. Mirlès.

René de Possel fut chargé de rédiger des rapports détaillés sur les fonctions analytiques puis sur la topologie. Sur tous les sujets, ses idées originales ne faisaient pas l'unanimité. En fait, le premier chapitre nécessitera quatre ans de travail et, très rapidement, c'est un traité sur la mathématique qui devient le projet du groupe : les *Éléments de mathématique*, œuvre collective publiée sous le pseudonyme de N. Bourbaki puis Nicolas Bourbaki. Mais le choix du groupe en théorie de l'intégration est l'objet d'une lutte terrible pendant des années, le point de vue de René de Possel se heurtant au point de vue d'André Weil qui s'imposa finalement.

René de Possel ne manqua aucune réunion et fut présent aux congrès de Besse-en-Chandesse, Chançay et Dieulefit. Simone Weil accompagna son frère aux réunions de 1937 et 1938 à Dieulefit (Drôme). Mobilisé en 1939, il devient après l'armistice de 1940, professeur à Clermont-Ferrand où se retrouvent plusieurs des neuf membres fondateurs de Besse-en-Chandesse. À l'automne 1941 il est, à sa demande, nommé professeur de mécanique à Alger et quitte définitivement le groupe Bourbaki. Il sera de nouveau mobilisé en 1943-1944. Ses recherches se poursuivent dans des directions très variées : théorie de l'intégration abstraite, dérivation abstraite, théorie des jeux, sans exclure les applications qui lui vaudront un grand prix de l'Union internationale des chemins de fer. En 1951, une chaire d'analyse supérieure est créée à Alger pour René de Possel.

Dans cette maison
est né
le 12 juillet 1935
N. Bourbaki
mathématicien





Photos prises à Besse-en-Chandesse entre le 10 et 17 juillet 1935

Cette plaque a été apposée le 12 juillet 2003 par Alain Bouvier, recteur de l'académie, chancelier des universités de Clermont-Ferrand et André Gay, maire de Besse et Saint-Anastaise.

Université Blaise Pascal

La disparition tragique de son thésard Maurice Audin au cours des événements d'Algérie, le 11 juin 1957, le marque assez profondément au point qu'il provoquera une soutenance *in absentia* à l'Université de Paris le 2 décembre 1957. François Mauriac qui assista à la soutenance de ce doctorat en mathématiques en rendit compte dans son bloc-notes de *l'Express*.

En 1957 Jean Coulomb, nouveau directeur général du CNRS, le rappelle à Paris : il découvre le calcul automatique et y crée l'Institut de programmation dont il confiera la direction en 1963 au physicien et astronome Jacques Arsac. Il se passionne pour la traduction automatique, la reconnaissance de l'écriture et des formes et l'automatique documentaire. René de Possel meurt en 1974 à l'âge de 69 ans.

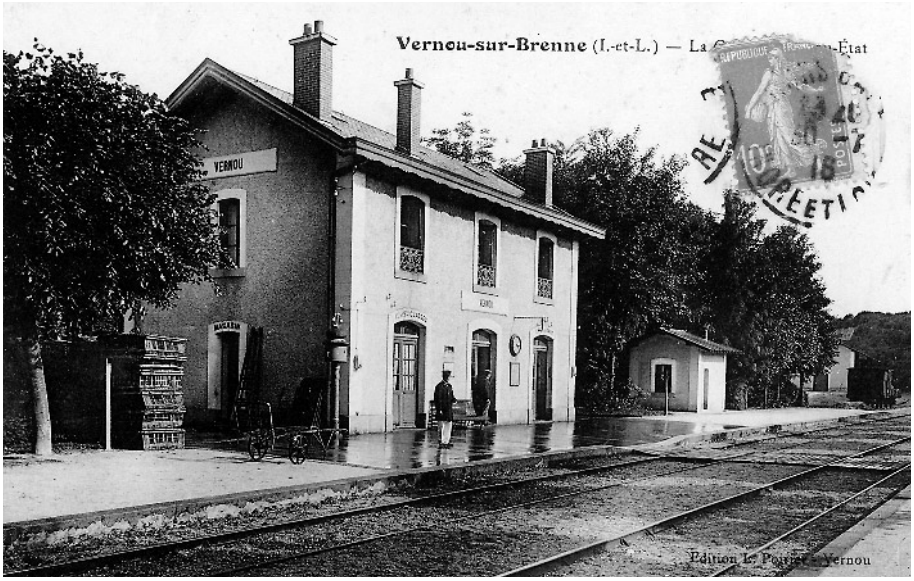
Lors d'une journée d'hommage rendu par l'Institut Blaise-Pascal le 16 novembre 1994 à ce grand scientifique, son fils Yann de Possel, né en 1938, confiera : *« mon père avait pris une part active à l'invention et la mise en place de Nicolas Bourbaki quelques années avant ma naissance, mais je crois pouvoir assurer qu'il n'était pas du tout convaincu de la nécessité et du bien fondé d'utiliser à outrance des fragments de la théorie des ensembles pour l'enseignement des mathématiques dans les classes secondaires et primaires. Il faudra dire que Bourbaki était un traité en vue d'unifier et de consolider les mathématiques, et absolument pas un livre de pédagogie »* insistait de Possel auprès d'Étienne Gilquin.

CLAUDE CHEVALLEY (1909-1984)

Le père de Claude Chevalley est consul de France à Johannesbourg lorsque son fils Claude naît en 1909. Sa famille, originaire de Vendée, fait l'acquisition d'une propriété en Touraine, à Chançay, au lieu-dit La Massoterie. C'est à l'école primaire de Chançay que débute la scolarité de Claude Chevalley. Il se souvient :

« C'était pendant la première guerre mondiale, j'avais sept ans, ma sœur n'allait pas au lycée. Ma mère la préparait pour le baccalauréat et lui lisait à grand peine un bouquin d'algèbre. J'ai assisté à l'explication de la représentation graphique. Ça a été une illumination. Je n'ai jamais compris vraiment pourquoi. Juste devant notre maison, à Chançay, il y avait une ligne de chemin de fer. Qu'on puisse représenter le passage des trains par des

dessins et qui n'empruntent rien au fait d'aller sur la voie, au fait de voir des locomotives, ça m'a ébloui. Je me suis précipité ; j'ai immédiatement fait les graphiques ; j'ai trouvé où les trains se croisaient. »



Vue générale de la gare de Vernou (coll. J.-C. Bardet).

Après des études secondaires à Louis-le-Grand à Paris, il entre en 1926 à l'École normale supérieure. *« Tout petit aspirant mathématicien »*, il prépare le certificat de calcul différentiel et intégral sous la direction de Julia dont il suivra quelques années plus tard le séminaire.

Deux élèves de la rue d'Ulm vont avoir une certaine influence sur lui : Jacques Herbrand intéressé par la logique mathématique, mort accidentellement en 1931, et André Weil. Ce dernier, au retour d'un voyage en Italie et en Allemagne, lui dévoila les aspects récents de la théorie des nombres algébriques. En 1921, il obtient une bourse, accomplit son service militaire puis devient, de 1931 à 1936, boursier de la Caisse nationale des sciences. En 1931-1932, à Hambourg, il achève sa thèse sous la direction d'Emil Artin puis séjourne à Marburg. En novembre 1933 il épouse sa cousine germaine Jacqueline.

Il ne s'intéresse pas seulement aux mathématiques mais cultive aussi la philosophie et réfléchit aux questions sociales et politiques. Avec Raymond Aron, il est membre du groupe *Ordre nouveau* (1933-1938), un mouvement politique à tendance anarchique et européenne inspiré par les idées de leaders non-conformistes tels Arnaud Dadieu et Denis de Rougemont, qui prônait tout à la fois la primauté de la personne humaine, la démocratie directe et une économie anti-productiviste. L'un de ses membres, Daniel-Rops, n'hésite pas à se réclamer d'une élite :

« Un petit groupe peut plus qu'une foule anonyme […] Nous n'avons jamais compté sur de vastes propagandes simplistes, ni sur les mots d'ordre qui mettent en branle les sentiments violents […] ; en face des pourritures que nous connaissons, en face des désordres et des misères que nous dénonçons, nul moyen n'est plus efficace que cette adhésion entière, personnelle, à une action qui prime en vertu toute autre : celle du ferment dans la pâte. »

Au tournant des années 1930, la revue *L'Ordre nouveau* tente de favoriser le travail collectif afin de permettre la constitution de « relèves » intellectuelles. *« L'impatience d'entrer dans l'arène des grands débats […] afin de s'exposer à la corne des vieilles générations »* a été soulignée par François Chaubet.

Il assiste à la réunion plénière de juillet 1935 à Besse-en-Chandesse puis accueille chez ses parents à Chançay les réunions plénières de 1936 et 1937. Aux questions de Denis Guedj, Claude Chevalley a répondu sur la nature du projet à l'origine du groupe Bourbaki.

« Le projet à cette époque-là était extrêmement naïf : la base de l'enseignement du calcul différentiel était alors le Traité de Goursat, très insuffisant sur beaucoup de points. L'idée était d'en rédiger un autre, pour le remplacer. C'était, pensions-nous, l'affaire d'un ou deux ans. Cinq ans plus tard nous n'avions toujours rien publié. Le projet était né en 1933. J'avais 24 ans, les autres entre 24 et 30 ans. »

Les autres qui ont entre 24 et 30 ans sont d'après Laurent Schwartz et Pierre Cartier, outre René de Possel et Claude Chevalley, Henri Cartan né en 1904, André Weil (1906-1998), Jean Coulomb, Jean Dieudonné (1906-1992), Jean Delsarte (1903-1968) et Charles Ehresmann (1905-1979) et Szolem Mandelbrojt.

Sur les luttes de pouvoir au sein du groupe, Claude Chevalley a répondu : *« il y avait de vifs dissentiments, c'est très net, sur l'Intégration qui a fait l'objet de huit volumes ; il y a eu une lutte terrible pendant des années, entre, d'une part, le point de vue de Weil et, de l'autre celui de De Possel. J'inclinais plutôt du côté de De Possel ; cela s'est terminé dans le sens de Weil. »*

De 1936 à 1938, Claude Chevalley enseigne à Strasbourg et à Rennes avant de passer une année en 1938 à l'*Institute for advanced study* de Princeton aux États-Unis. C'est donc aux États-Unis qu'il passera la Seconde Guerre mondiale, ne revenant à Paris qu'en 1948 pour y exercer un an, avant de regagner les États-Unis où il enseigne à l'université Columbia de New York. En 1948, il divorce et se remarie. Il ne revient en France qu'en 1955 pour enseigner à la Sorbonne où le mois de mai 1968 le voit très actif. Avec Godement et Grothendieck, il milite alors pour le mouvement écologiste. Il rejoint la nouvelle université de Vincennes où il exercera jusqu'à sa retraite en 1978, souvent soupçonné d'un laxisme excessif *« après avoir été un bourbakiste des plus élitistes. »*

Resté libertaire sa vie durant, Claude Chevalley, qui reconnu avoir pensé *« apporter la lumière au monde mathématique »*, a réfléchi sur les rapports entre mathématiques et philosophie indiquant : *« c'est chez le penseur politique Castoriadis que j'ai compris les erreurs de mon point de vue en logique mathématique ! »*

Jacques Roubaud se souvient l'avoir entendu dire *« qu'en fait il y avait déjà et il y aurait de plus en plus un clivage, une séparation entre logique et mathématique, analogue à celle qui éloigna autrefois physique et mathématique, et qu'elles deviendraient deux sciences distinctes. »*

Chevalley garda sur l'évolution du groupe, un regard critique, observant : *« Pendant tous les premiers congrès, jusqu'à la guerre, il était tacitement entendu qu'on ne parlait pas des questions de carrière universitaire […] malheureusement, c'est devenu envahissant après la guerre ; probablement, cela est dû au fait que lorsqu'on a fait venir des jeunes, on s'est naturellement préoccupé qu'ils aient des postes. C'était le doigt dans l'engrenage fatal. Peu à peu on a parlé des carrières de tout le monde, c'était la décadence complète. »*

Claude Chevalley est mort à Paris le 28 juin 1984 et est inhumé dans le petit cimetière de Chançay. Ses principaux ouvrages rédigés aux États-Unis, sont publiés en anglais et portent sur les corps de classe – sans rapport avec

les luttes éponymes – la théorie des groupes de Lie, la théorie des groupes algébriques et la théorie des spineurs.

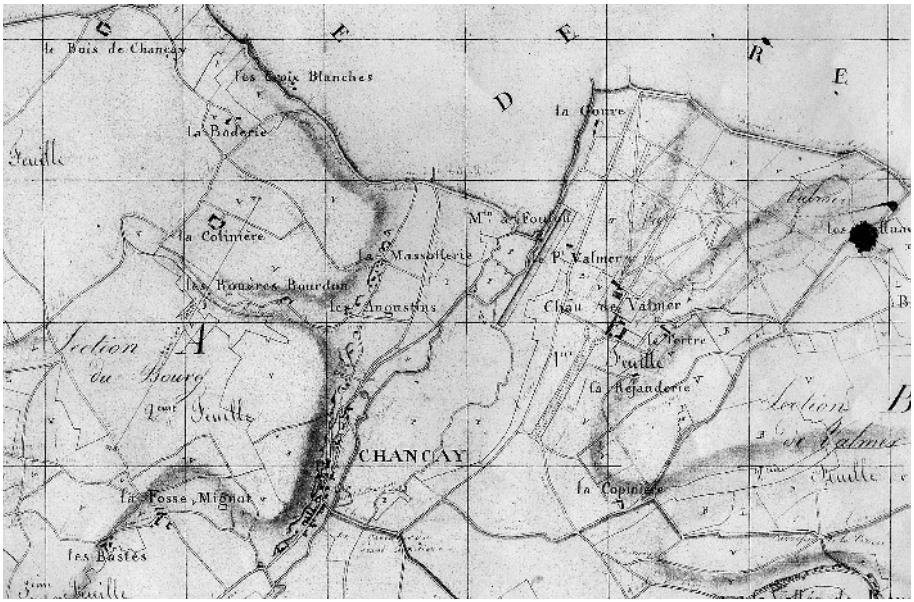
LES CONGRÈS DE CHANÇAY DE 1936 ET 1937

« Au début notre ambition est très modeste. C'est au deuxième congrès que nous avons commencé à prendre conscience de l'ampleur du projet. Notre parti-pris était de faire d'abord la théorie générale avant de passer aux applications, selon le principe que nous avions adopté d'aller du généralissime au particulier » a écrit André Weil.

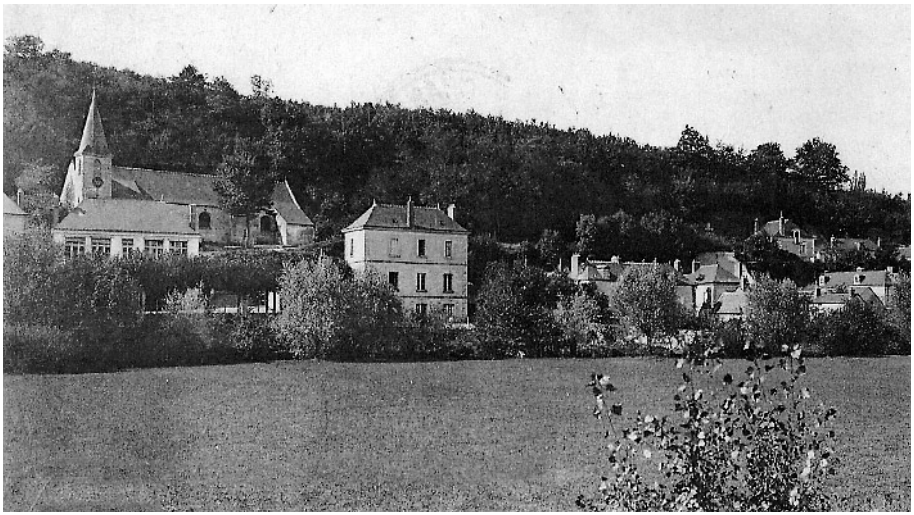
Cette deuxième réunion plénière devait avoir lieu dans un monastère du XVe siècle à une cinquantaine de kilomètres au nord-ouest de Madrid dans le village d'El Escorial. La guerre civile empêcha les neuf membres du groupe de se rendre en Espagne et, du 12 au 28 septembre 1936, ils se retrouvaient en Touraine à Chançay, à l'exception d'Henri Cartan souffrant et du physicien Coulomb, dans la maison de la famille Chevalley. Outre Jean Dieudonné, René de Possel, André Weil s'y retrouvèrent Jean Delsarte, Charles Ehresmann et le « cobaye » Mirlès. Toutefois la réunion fut désignée sous le nom de *Congrès de l'Escorial*.

Les recensements des années 1921 et 1931 de la commune de Chançay, commune de 650 habitants (880 en 1876), dans la vallée de la Brenne, située à 29 kilomètres de Tours et 9 kilomètres de Vouvray, indiquent que trois personnes résident à La Massoterie, hameau d'une trentaine d'habitants situé sur une terrasse alluviale face au château de Valmer : Abel Chevalley (né à Mouilleron-en-Pared en 1868), ministre plénipotentiaire (retraité en 1931), son épouse Marguerite (née à Paris en 1880), leur fils Claude (né à Prétoria au Tranvaal en 1910, en fait en 1909). Le recensement de 1936 n'indique que le nom de Marguerite Chevalley.

André Weil énonce les objectifs : Il faut faire un traité utile à tous : aux chercheurs (patentés ou non), aux « trouveurs », aux candidats aux fonctions de l'enseignement public, aux physiciens et à tous les techniciens. René de Possel le confirmera, Bourbaki devait être un traité en vue d'unifier et de consolider les mathématiques, et absolument pas un livre de pédagogie qui fournit une collection d'outils mathématiques aussi robustes et aussi universels que possible. Charles Ehresmann avait préparé un rapport sur la géométrie.



Cadastre napoléonien de Chançay (Arch. dép. Indre-et-Loire).



Vallée de la Brenne à Chançay en 1936 (Arch. dép. Indre-et-Loire).

Toutefois les finances du groupe conduisirent Szolem Mandelbrojt et Jean Delsarte à présenter à la Caisse nationale des sciences une demande de subvention pour un projet collectif de rédaction d'un traité d'analyse.

Le troisième Congrès du groupe eut lieu de nouveau à Chançay en septembre 1937. Coulomb nommé directeur de l'Institut de Météorologie et de Physique du globe à Alger s'éloigna bientôt du groupe. La philosophe Simone Weil (1909-1943), sœur d'André, était présente juste avant de reprendre ses cours au lycée de Saint-Quentin qu'elle devra interrompre en janvier 1938 pour raison de santé. Le professeur de philosophie avait travaillé en usine en 1934 et 1935. C'est à l'occasion de cette réunion plénière que Henri Cartan présente les filtres. *« J'ai introduit en 1937 la notion de filtre dans deux* Notes aux Comptes rendus de l'Académie des Sciences, écrira-t-il. *Cette notion est devenue d'un usage courant en Topologie générale, ainsi que celle d'ultrafiltre qui lui est liée*.

Pendant vingt ans de 1935 à 1954, j'ai participé au travail collectif d'élaboration des Éléments de mathématique *de Nicolas Bourbaki*. *Ceci doit être mentionné dans cette Note, non pour évoquer ma contribution personnelle qu'il est d'ailleurs bien difficile d'évaluer, mais pour tout l'enrichissement que j'en ai retiré*. *Ce travail en commun avec des hommes de caractères très divers à la forte personnalité, mus par une commune exigence de perfection, m'a beaucoup appris, et je dois à ces amis une grande partie de ma culture mathématique*. *»*

Voici le sonnet composé par André Weil lors de la réunion de Chançay de 1937 :

Soit une multiplicité vectorielle.
Un corps opère, seul, abstrait, commutatif.
Le dual reste loin, solitaire et plaintif,
Cherchant l'isomorphie et la trouvant rebelle.

Soudain, bilinéaire, a jailli l'étincelle
D'où naît l'opérateur deux fois distributif.
Dans les rets du produit tous les vecteurs captifs
Ont célébré sans fin la structure la plus belle.

Mais la base a troublé cet hymne aérien :
Les vecteurs éperdus ont des coordonnées.
Cartan ne sait que faire et n'y comprend plus rien.
Et c'est la fin. Vecteurs, opérateurs, foutus
Une matrice immonde expire. Le corps nu
Rentre en lui-même, au sein des lois qu'il s'est données.

Le quatrième congrès eu lieu à Dieulefit en 1938 et le cinquième à Clermont-Ferrand en août 1942. Le premier volume fut imprimé par les éditions Hermann en 1939-1940. C'était un mince volume sous le titre *Fascicule de résultats de la théorie des ensembles*. Il prenait place dans la collection « Actualités scientifiques et industrielles » créée vers 1932 ; à la même époque se développaient l'*Encyclopédie française* et la revue des *Annales d'histoire économique et sociale* chez Armand Colin.

L'ASSOCIATION DES COLLABORATEURS DE NICOLAS BOURBAKI, ET LA RÉCEPTION DE L'ŒUVRE DE BOURBAKI

Un premier fascicule de Topologie fut imprimé pendant la guerre par Enrique Freymann pour les éditions Hermann. Le projet de Traité est décrit dans un ouvrage *Les grands courants de la pensée mathématique* publié en 1948 et imaginé de longue date par François Le Lionnais. Un style nouveau apparaît.

Cependant en 1949 se tient à Paris un colloque de philosophie mathématique. Arnaud Denjoy, en tant que président, rédige un rapport général. Il y dénonce ainsi les *« professions de doctrine de M. Dieudonné »* et écrit : *« Une école mathématique française jouissant d'une notoriété universelle, se rassemble sous les enseignes et les guidons d'un chef mythique, N. Bourbaki. Ce personnage prétendument issu de quelque Mazurie, pays des lacs, de bois, de légendes, ressuscite en lui certaines des antinomies paradoxales qu'il se flatte d'avoir balayées des cerveaux mathématiques […]*

L'axiomatisation des théories mathématiques parvenue à une maturité suffisante, tel est le principe de Bourbaki. Axiomatiser, c'est faire le tableau complet des hypothèses nécessaires à l'édification logique déductive de la dite théorie. C'est ensuite, ce niveau une fois atteint, effacer toutes les notions

imagées qui soutenaient la pensée du chercheur dans son travail de découverte. Cette rupture avec la source des intuitions originelles, est une nécessité fondamentale pour le bourbakiste. C'est une volte-face de l'esprit, une mue totale de ses dispositions, une dénonciation de ses accords avec un monde composé d'apparences empruntées au concret. […]

Le symbolisme mathématique peut, dans une brève période, rendre aisée une vaste synthèse des théories connues, plus ou moins développées. Mais pour acquérir de nouvelles notions fécondes, il faudra faire éclater ces moules par le recours direct aux réalités, qui ne se laisseront jamais embrasser toutes dans un système clos de formes perpétuellement adéquates.»

Pourtant comme le signale une enseignante de Sèvres Lucienne Félix, dès 1950, c'est la fascination pour Nicolas Bourbaki dont les volumes remplissent peu à peu les rayons des librairies scientifiques : la mise en place dès le début de quelques structures fondamentales donne une base solide à tout l'édifice et assure les liens simplificateurs entre les différentes branches de la mathématique soulignant sa profonde unité. Pour un chercheur, A. Grothendieck (*Éléments de géométrie algébrique*, 1960) : *«Il sera sans doute difficile au mathématicien, dans l'avenir, de se dérober à ce nouvel effort d'abstraction, peut-être assez minime, somme toute, en comparaison de celui, fourni par nos pères, se familiarisant avec la théorie des ensembles.»*

Le groupe se constitue en une Association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki, le 30 août 1952 dont le siège est rue d'Ulm. Sa composition va évoluer avec un renouvellement constant de générations.

Mais plus tard Marc Petit écrira : *«Il faut imaginer à quel point dans les années cinquante, marquées par le triomphe des mathématiques «bourbachiques», le calcul des probabilités était en France une discipline sinistrée… Le résultat, passé l'effet d'éblouissement, fut une stérilisation durable de l'invention mathématique en France, comparable à l'effet produit, dans le monde de la musique, par la domination de Pierre Boulez et, en littérature, par la vogue du nouveau roman.»*

En littérature, l'Oulipo copie indéniablement la «méthode» Bourbaki de travail collectif et de mise en évidence systémique des structures profondes de la création littéraire. À noter qu'un membre important de l'Oulipo, Jacques Roubaud est un mathématicien qui a été très marqué par Bourbaki. C'est par exemple lui qui écrit sous forme de canular, l'avis de décès de Bourbaki.

Pour Pierre Cartier, l'ambition initiale était d'écrire un ouvrage encyclopédique, donnant les fondations de l'ensemble des mathématiques classiques et modernes ; elle s'appuyait sur une méthode axiomatique, au service d'une idéologie, celle des structures.

Ce concept-clé de « structures » a émergé simultanément en mathématiques et en littérature. Raymond Queneau ou Jacques Roubaud se sont inspirés en littérature des « structures » de Bourbaki. Le « structuralisme » et le mode d'exposé axiomatique des mathématiques sont deux phénomènes concomitants sans grandes influences réciproques.

LES CONGRÈS BOURBAKI D'AMBOISE 1956, 1957 ET 1959

« C'est un cri répété par mille sentinelles,
Un ordre renvoyé par mille porte-voix ;
C'est un phare allumé sur mille citadelles,
Un appel de chasseurs perdus dans les grands bois
" Bourbaki, Bourbaki, Bourbaki " »

Jacques Roubaud

Ce cri : *" Bourbaki, Bourbaki, Bourbaki "* qui a retenti dans la gare d'Amboise dès 1936 puis en 1937, devait de nouveau retentir après la guerre lorsque le groupe qui disposait maintenant des droits d'auteurs relatifs à ses publications s'est rassemblé à l'hôtel de la Brèche à Amboise.

Qui étaient-ils alors ? On sait que le groupe était convenu que passé l'âge de 50 ans, ses membres en étaient exclus. Cependant Pierre Cartier affirme que Weil participa à un certain nombre de congrès : *« J'ai souvenir d'un séjour à Amboise où nous étudiâmes la mesure de Haar et les angles. »*

Dans la lignée dadaïste de sa naissance, un faire-part de décès fut publié pour annoncer la « mort » de Nicolas Bourbaki commençant ainsi :

« Les familles Cantor, Hilbert, Noether ; les familles Cartan, Chevalley, Dieudonné, Weil ; les familles Bruhat, Dixmier, Samuel, Schwartz ; les familles Cartier, Grothendieck, Malgrange, Serre ; les familles Demazure, Douady, Giraud, Verdier… »

Cantor, Hilbert, Noether rappellent la filiation du groupe aux travaux de ces deux mathématiciens allemands et de l'algébriste Emmy Noether.

Le nom de René de Possel a été oublié ; il fut exclu, en fait sinon en droit, pour des raisons extra-scientifiques rappelées plus haut.

Laurent Schwartz se trouve au début de la guerre à Clermont-Ferrand et participe au congrès de Besse de 1940. En 1956, Cartan, Chevalley, Dieudonné, Weil atteignaient l'âge fatidique. Nous les retrouvons cependant à certaine réunions tourangelles de la tribu.

Roger Godement, Jacques Dixmier, Jean-Louis Koszul, Pierre Samuel, Jean-Pierre Serre et Armand Borel sont des normaliens des années 1930 testés comme « cobaye » par le groupe fondateur et admis à rejoindre la tribu dans une première vague de cooptation entre 1947 et 1951. Alexandre Grothendieck, François Bruhat, Pierre Cartier, Serge Lang, Laurent Schwartz, John Tate sont admis vers 1955. Ainsi retrouverons-nous en mars et octobre 1956 à Amboise, Bruhat, Schwartz et un américain, Samuel Eilenberg.

Et plus tard une nouvelle génération apparaîtra avec Adrien Douady, Michel Demazure, Jean-Louis Verdier et André Gramain puis Hyman Bass, Michel Raynaud, Bernard Teissier, Alain Connes, Joseph Oesterlé, Jean-Christophe Yoccoz.

Hôtel de la Brèche à Amboise (1956) (coll. J.-C. Bardet).

Signalons que Raymond Queneau assista au congrès de 1962 : l'humour, le goût du secret, en plus des questions de structures faisaient partie de ses affinités. Il avait apporté une contribution au livre coordonné par François Le Lionnais *Les grands courants de la pensée mathématique* publié en 1948. En 1962 il écrit un article « Bourbaki et les mathématiques de demain » pour la revue *Critique*.

C'est de 1950 à 1970 l'âge d'or de Bourbaki : *« Bourbaki invente sa méthode de travail : une écriture collective soumise à une critique mutuelle sans concession, et une publication anonyme. »*

« Bourbaki » désigne alors indifféremment le groupe, ses membres ou le *Traité* en cours de publication.

POUR CONCLURE

Sous le nom « Nicolas Bourbaki » s'est amorcée une présentation cohérente des mathématiques, appuyée sur la notion de structure, qui fut publiée dans une série d'ouvrages sous le titre *Éléments de mathématique*. Cette œuvre a eu une influence sur l'enseignement des mathématiques et sur l'évolution des mathématiques du XXe siècle. Comme l'indique non sans humour le site de l'Association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki *« L'ampleur de la tâche fait qu'elle se poursuit encore… »*

Gustave Choquet le reconnaissait : *« la plupart des mathématiciens français de ma génération ont acquis une bonne partie de leur culture mathématique grâce à Bourbaki ; leur style et leur œuvre en ont été influencés ; ils en ont pris, en partie, les qualités et les défauts. Les défauts ? Il semble que tout groupe qui travaille longtemps et dans l'isolement soit condamné au dogmatisme. C'est, me semble-t-il, le plus grand reproche que l'on puisse faire à Bourbaki : les définitions et les théorèmes de base sont assénés sans justification et sans présentation heuristique ; ils ont la sécheresse et le dépouillement d'un squelette dont la chair, pourtant savoureuse, est rejetée dans les exercices ; le lecteur qui les néglige finit par acquérir une vision caricaturale de l'activité mathématique. »*

Et à propos de la réforme des mathématiques modernes, en 1990 Gustave Choquet affirmait : *« l'idée directrice de la réforme était que les fondements étant indispensables à toute construction logique, il importe de les*

enseigner d'abord : logique, ensembles, algèbre, algèbre linéaire. Le résultat ne pouvait qu'être catastrophique, puisque l'on faisait passer au second plan tout souci pédagogique : motivation et acquis antérieurs des élèves, formation des enseignants, rédaction de manuels raisonnables, sans compter un certain désaccord avec les physiciens et les techniciens. »

« La logique fut en effet un des points aveugles du bourbakisme, et toute l'histoire des quarante dernières années donne tort à Weil.

Non seulement, il n'a pas été possible de cantonner le rôle de la logique à celui d'une prophylaxie mais aussi bien le développement ultérieur des mathématiques (par exemple la théorie des catégories) et des machines (l'intervention des ordinateurs) a fait que son rôle a au contraire considérablement grandi », analyse Jacques Roubaud.

Dans un hommage à son directeur de thèse Gaston Julia, Claude Chevalley remercie son maître de lui avoir *« révélé cette idée surprenante pour les lycéens frais émoulus qu'il ne s'agissait pas dans ces exercices d'apprendre à faire le chien savant le jour de l'examen, mais au contraire d'acquérir la technique indispensable à la mise en œuvre d'idées mathématiques. »*

Le mathématicien Bertrand Monthubert confiait récemment au journal *Le Monde* : *« Les mathématiques sont un univers de beauté, où se déploient des raisonnements magnifiques, des démonstrations sublimement élégantes. On y vit le plus souvent les affres de l'ignorance, mais quelquefois, on y éprouve des émotions extrêmes, à en avoir la chair de poule. »*

De même il évoque le choc de sa rencontre avec Laurent Schwarz qui a fait « basculer » sa vie. Comme Chevalley, il a suivi une « prépa » scientifique au lycée Louis-le-Grand. Dans cet univers de compétition, il fut surpris puis enthousiasmé par ce professeur de mathématiques *« qui ne parle pas de compétition, d'élitisme ; lui, nous parlait de valeurs humaines, du savoir à construire ensemble*. Ce jour-là, dit-il au journaliste, il a compris que *« la justesse d'un raisonnement et la justesse d'une cause procédaient de la même vérité. Que " rigueur intellectuelle " et " rigueur morale " pouvaient dans la recherche scientifique ne faire qu'une. »*

Concluons succinctement avec P. Cartier : *« Si la machine institutionnelle de l'Association continue à tourner (très au ralenti), Bourbaki s'est tu. L'ambition s'est restreinte […]. Les mathématiques vivantes se font ailleurs dans un monde bouleversé par la destruction du mur de Berlin, le*

rapprochement de la physique et des mathématiques et l'invasion des ordinateurs. »

Bref, nous ne verrons pas de si tôt les Bourbaki en Touraine.

QUELQUES RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ANDLER (Martin), 1984. Les mathématiques à l'École normale supérieure au XXe siècle : une esquisse, *in* F.-F. Sirinelli, *École normale supérieure-Le livre du bicentenaire*, Paris, PUF.

AUBIN (David), 1997. The Withering Immortality of Nicolas Bourbaki : A Cultural Connector at the Confluence of Mathematics. *Science in Context*, 10, p. 297-342.

BEAULIEU (Liliane), 1989. *Bourbaki. Une histoire du groupe de mathématiciens français et de ses travaux (1934-1944)*, thèse de doctorat, Université de Montréal.

BEAULIEU (Liliane), 2008. *La Tribu N. Bourbaki (1934-1956)*, Springer (à paraître).

N. BOURBAKI, 1948. L'architecture des mathématiques, *in* F. Le Lionnais, *Les grands courants de la pensée mathématique, Cahiers du Sud*, p. 35-47 (rééd. A. Blanchard 1963).

CARTAN (Henri), 1937. Théorie des filtres, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 205, p. 595-598.

CARTAN (Henri), 1937. Filtre et ultra-filtres, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 205, p. 777-779.

CARTAN (Henri) 1979. *Œuvres. Collected Works*, Springer, p. 953-959.

CARTAN (Henri), 1987. À propos des filtres, *Bulletin de l'APMEP*, n° 302, p. 23-24.

CARTIER (Pierre), 1999. Bourbaki, *in* D. Lecourt (dir), *Dictionnaire d'histoire et de philosophie des sciences*, Paris, PUF.

CARTIER (Pierre), 1999. André Weil (1906-1998) : adieu à un ami, *Gazette des mathématiciens*, n° spécial, p. 13-35.

CHAUBET (François), 2006, *Histoire intellectuelle de l'entre-deux-guerres*, Paris, Nouveaux mondes éditions, 380 p.

CHEVALLEY (Claude), Allocution en hommage à Julia, *Œuvres*, p. 325-330.

CHOUCHAN (Michèle), 1995. *Nicolas Bourbaki. Faits et légendes*, Paris, Édition du choix.

DAHAN-DALMEDICO (Amy), 2005. *Jacques-Louis Lions, un mathématicien d'exception*, Paris, La Découverte.

DENJOY (Arnaud), 1956. *Hommes, formes et le nombre*, Paris, A. Blanchard, 283 p.

DELMAS (Jean) (dir.), 199, *Histoire militaire de la France*, tome 2 – *De 1715 à 1871*, Paris, PUF.

FÉLIX (Lucienne), 2005. *Réflexions d'une agrégée de mathématiques au XXe siècle*, L'Harmattan, 246 p.

GILQUIN (Emmanuel), 1975. René de Possel et ses machines : de Bourbaki à la réforme des mathématiques, AFCET, *De Bourbaki à la machine à lire. Hommage à René de Possel 1905-1974*, p. 37-47.

GODEMENT (Roger), 1956. *Cours d'algèbre*, Paris, Hermann.

GUEDJ (Denis,) 1981. Nicolas Bourbaki, mathématicien collectif, entretien avec Claude Chevalley, *Dédales* (traduction anglaise *The mathematical intelligencer*, vol. 7, n° 2, 1985, p. 18-22).

GUEDJ (Denis), 2004. Parler avec Claude Chevalley, *Tangente*, n° 96, p. 16-19.

HOUZEL (Christian), 2004. Le rôle de Bourbaki dans les mathématiques du vingtième siècle, *Gazette des mathématiciens*, n° 100, p. 53-63.

KRÖMER (Ralf), 2006. La «machine de Grothendieck» se fonde-t-elle seulement sur des vocables métamathématiques ? Bourbaki et les catégories au cours des années cinquante, *Revue d'histoire des mathématiques*, n° 12, vol. 1, p. 119-162.

MAINARD (Robert), 2004. Le mouvement Bourbaki à Nancy, *Mémoires de l'Académie de Stanislas*, année 2001-2002, t. XVI, Nancy, Impr. mun., p. 141-190.

MALLIAVIN (Marie-Paule), 1985. Claude Chevalley 1909-1984, *Universalia 1984*, Paris, Encyclopædia Universalis.

MARSHALL (Maurice), 2002. Bourbaki, une société secrète de mathématiciens, *Pour la science*.

MEUSNIER (Norbert), 2004. Sur l'histoire de l'enseignement des probabilités et des statistiques, *in Histoire des probabilités et des statistiques*, E. Barbin et J.-P. Lamarche (dir.), Ellipses, p. 237-273.

PATRAS (Frédéric), 2001. *La Pensée mathématique contemporaine*, Coll. Science, histoire et société, Paris, PUF (2e éd. 2002).

PETIT (Marc), 2003. *L'équation de Kolmogoroff, vie et mort de Wolfang Doeblin, un génie dans la tourmente nazie*, Paris, Ramsay (rééd. Poche Gallimard 2005).

PLESSIS GRAY (Francine de), 2003. *Simone Weil*, Québec, Fides.

QUENEAU (Raymond), 1962. Bourbaki et les mathématiques de demain, *Critique*.

ROTH (François), 1990. *La guerre de 1870*, Paris, Fayard, 778 p.

ROUBAUD (Jacques), 1997. *Mathématique : (récit)*, Paris, Seuil.

SCHWARTZ (Laurent), 1997. *Un mathématicien en prise avec le siècle*, Paris, Odile Jacob.

WALUSINSKY (Gilbert), 1970. *Pourquoi une mathématique moderne ?*, Paris, A. Colin.

WEIL (André), 1991. *Souvenirs d'apprentissage*, New York, Birkhaüser.